AC1 : Polarisation d'une onde

Le champ électrique d'une onde se propageant dans la direction (Oz) est donné par :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_0 \cos\alpha \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{cases}$$

1. Décrire l'état de polarisation de cette onde

2. Décomposer cette onde en deux ondes de polarisations circulaires opposées

AC2 : Polarisation d'une onde (bis)

On note E_0, E_{0y} et E_{0z} trois constantes réelles positives. Quel est l'état de polarisation des ondes électromagnétiques suivantes dont les champs sont décrits ci dessous dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$?

$$\underline{\vec{E}}_1 = e^{i(\omega t - kx)} \begin{cases} 0 \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{cases} ; \quad \underline{\vec{E}}_2 = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \begin{cases} 0 \\ 1 \\ i \end{cases} ; \quad \underline{\vec{E}}_3 = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \begin{cases} 0 \\ 1 \\ i \end{cases} ; \quad \underline{\vec{E}}_4 = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ i \end{cases}$$

Exercice 1 : Caractéristiques de l'onde émise par un laser Hélium-Néon

Un laser Hélium-Néon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon R = 1,0 mm d'une OPPM de longueur d'onde λ = 632,8 nm. La puissance moyenne émise est P_e = 1,0 mW.

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} perméabilité du vide

$h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s

1. Déterminer les amplitudes E_0 du champ électrique et B_0 du champ magnétique du faisceau laser.

2. Déterminer le nombre n de photons par unité de volume dans le faisceau et le nombre N de photons émis par seconde par le laser.

Exercice 2 : OPPM

On étudie une onde électromagnétique dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = E_x \vec{e_x} + E_y \vec{e_y} \quad \text{avec} \quad E_x = E_0 \exp(i(\omega t - \frac{k}{3}(2x + 2y + z))$$

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est $\lambda = 6{,}0.10^{-7}$ m

1. Calculer la fréquence de l'onde. Dans quel domaine du spectre se situe-t-elle ?

2. Déterminer l'expression vectorielle du vecteur d'onde et en calculer son module.

3. Etablir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.

4. Exprimer E_y en fonction de E_x.

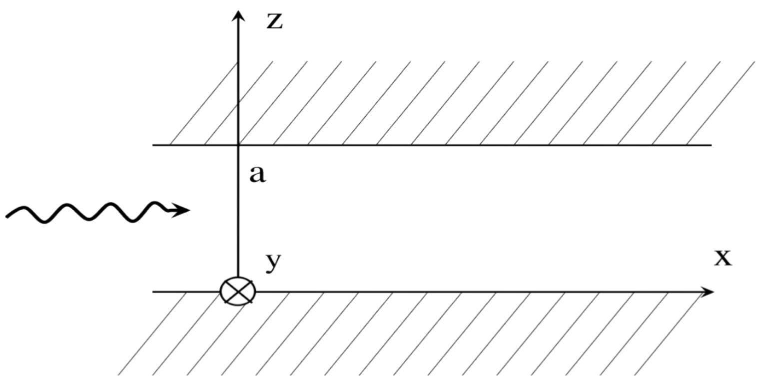
5. Déterminer le champ magnétique de cette onde.

6. Déterminer l'expression de la densité moyenne temporelle d'énergie de cette onde.

7. Déterminer le vecteur de Poynting moyen temporel. Commenter.

Exercice 3 : Guide d'onde

Une onde électromagnétique se propage dans le vide dans la direction *Ox* d'un repère cartésien entre deux plans d'équations respectives $z = 0$ et $z = a$.



Le champ électrique $\vec{E}$ s'exprime de la façon suivante :

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right)\cos(\omega t - kx)\vec{e_y}$$

1. Cette onde est-elle progressive ? plane ?

2. Déterminer la relation de dispersion. Quelle est la condition d'existence d'une telle onde ?

3. Le milieu est-il dispersif ? absorbant ?

4. Donner l'expression de la vitesse de phase et celle de la vitesse de groupe..

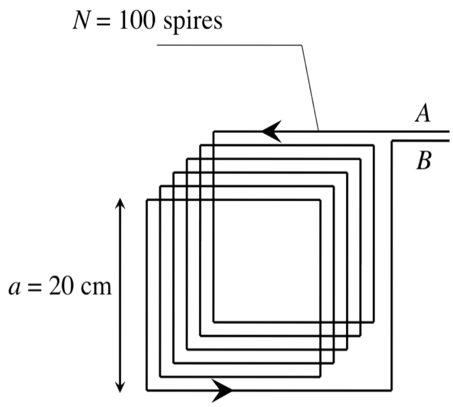
5. Déterminer l'expression du champ magnétique de cette onde.

6. Déterminer la moyenne spatiale et temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique et du vecteur de Poynting. En déduire la vitesse de propagation de l'énergie.

Exercice 4 : Réception d'ondes électromagnétiques par un cadre « fermé »

Un émetteur de puissance moyenne P_m = 3,0 kW émet des ondes électromagnétiques monochromatiques de fréquence f = 1,0 MHz de manière isotrope dans tout l'espace.

A une distance r = 50 km de l'émetteur (on admettra qu'à cette distance l'onde a localement une structure d'onde plane progressive à polarisation rectiligne), on place un cadre de réception plan carré de côté a sur lequel on a enroulé N = 100 spires de fil conducteur.



Soit U la f.e.m. qui apparaît aux bornes A et B du cadre en circuit ouvert. On cherche à obtenir une valeur efficace U_{eff} de la f.e.m. U la plus grande possible.

Déterminer l'orientation du cadre ainsi que la valeur correspondante de U_{eff}.

On donne $c = 3{,}0.10^8$ m.s^{-1} et $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}

Exercice 5 : Réflexion d'une onde sur un métal « parfait »

Une OPPM à polarisation rectiligne se propage dans le vide dans la direction Ox, dans le sens des x croissants : $\overrightarrow{\underline{E}}_i = E_0 e^{i(\omega t - kx)}\overrightarrow{e_y}$ avec $E_0 > 0$.

En x = 0, elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur (on admet que dans un tel conducteur, les champs électrique et magnétique sont nuls) et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans le sens des x décroissants : $\overrightarrow{\underline{E}}_r = \underline{E}_{0r} e^{i(\omega t + kx)}\overrightarrow{e_y}$

1. A quelle condition peut-on considérer que les champs sont nuls à l'intérieur d'un conducteur ?

2. En utilisant les conditions aux limites en x = 0, déterminer :

   2.a. l'amplitude du champ électrique réfléchi. Justifier que cela correspond à un déphasage de π par rapport au champ incident.

   2.b. l'expression des champs magnétiques incidents et réfléchis.

   2.c. la charge surfacique σ et le courant surfacique $\overrightarrow{j_s}$ qui peuvent se trouver sur la surface métallique en x = 0.

3. Montrer que les champs dans l'espace $x < 0$ ont pour expression :

$$\overrightarrow{E}(x,t) = 2E_0 \sin kx \sin \omega t \overrightarrow{e_y}$$

$$\overrightarrow{B}(x,t) = 2\frac{E_0}{c} \cos kx \cos \omega t \overrightarrow{e_z}$$

De quel type d'onde s'agit-il ?

4. Que doit dans ces conditions valoir le vecteur de Poynting moyen ? Vérifier par un calcul.

5. Le champ électromagnétique exerce sur une surface dS du miroir une force $d\vec{F}$ dont l'expression est, en notation réelle : $d\vec{F} = \frac{1}{2}(\sigma\vec{E} + \vec{j_s} \wedge \vec{B})dS$

5.a. Vérifier l'homogénéité de cette relation.

5.b. Commenter cette relation et notamment justifier qualitativement la présence du facteur $\frac{1}{2}$.

5.c. Déduire de cette expression que l'onde exerce une pression P sur le miroir dont on calculera la valeur moyenne $\langle P \rangle$ en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie $\langle e_i \rangle$ de l'onde incidente, puis en fonction de la densité volumique moyenne $\langle e_{totale} \rangle$ d'énergie totale au voisinage immédiat de la surface. P est appelée ***pression de radiation.***

5.d. Calculer $\langle P \rangle$ pour une onde incidente fournie par un laser de puissance moyenne égale à 3 mW et dont la section droite vaut 0,4 mm^2. Même question pour le rayonnement solaire de puissance surfacique Φ = 1,36 kW.m^{-2}.

5.e. Chercher, « dans la littérature », des exemples d'applications de cette pression de radiation.

Exercice 6 : Onde cylindrique

Pour cet exercice, on utilisera le formulaire d'analyse vectorielle.

On étudie une onde électromagnétique cylindrique, émise par des sources situées le long d'un axe *Oz*. En coordonnées cylindriques d'axe *Oz*, le champ électrique s'écrit $\underline{\vec{E}}(M,t) = E(r)e^{i(\omega t - kr)}\vec{e_z}$ où E(r) est réel dans la zone de champ lointain où $kr \gg 1$. L'onde se propage dans le vide.

1. Déterminer le champ magnétique associé à ce champ électrique

2. Quelle est la valeur moyenne $\langle \vec{\Pi} \rangle$ du vecteur de Poynting ? Justifier que cette grandeur est à flux conservatif et donner l'expression de la puissance moyenne rayonnée $\mathcal{P}$ à travers un cylindre d'axe *Oz* de hauteur h et de rayon $r >> \frac{1}{k}$

3. En déduire l'expression de $E(r)$ en fonction de r, h, $\mathcal{P}$, k, ω et μ_0.

4. En considérant toujours que $r >> \frac{1}{k}$, justifier que la relation de dispersion s'écrit simplement $k = \frac{\omega}{c}$.

5. Donner alors les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et décrire la structure de l'onde.